Полярный (параллактический) треугольник

Прежде чем приступить к рассмотрению полярного или параллактического треугольника, обратимся к сферической тригонометрии и рассмотрим основные свойства сферических треугольников.

Сферическим треугольником называется фигура, образованная тремя дугами окружностей больших кругов, попарно соединяющих три точки.

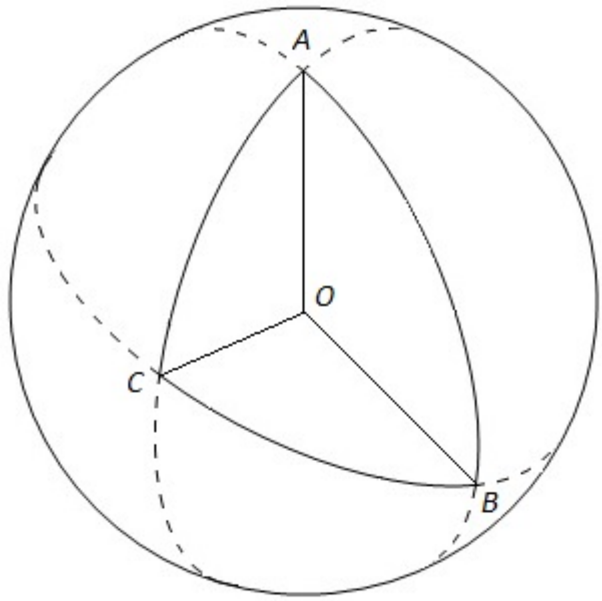

Рис. 1. Сферический треугольник *ABC*

По предложению академика *Леонарда Эйлера*, для практических целей астрономии, принято рассматривать сферические треугольники, все стороны и углы которого меньше половины большого круга, то есть их величины менее 180°. Такие сферические треугольники называют *эйлеровыми*.

Свойства эйлерова сферического треугольника:

1. Каждая сторона образована дугой большого круга.
2. Каждый угол образован дугами двух больших кругов, которые являются прилежащими сторонами данного угла.
3. Углы и стороны измеряются в градусах и минутах.
4. Сумма сторон больше 0°, но менее 360°.
5. Любая сторона меньше суммы, но больше разности двух других сторон.

6. Сумма углов больше 180°, но меньше 540°.
7. Ни один из углов, и ни одна из сторон, не может быть более 180°.
8. Сумма двух углов минус третий всегда меньше 180°.
9. На против большего, равного или меньшего угла (стороны), лежит большая, равная или меньшая сторона (угол).
10. Две или более стороны и угла могут быть прямыми и равняться 90°.
11. Если разность двух сторон (углов) больше, равна или меньше нуля, то и разность противолежащих им углов (сторон) больше, равна или меньше нуля.
12. Если сумма двух сторон (углов) больше, равна или меньше 180°, то и сумма противолежащих им углов (сторон) больше, равна или меньше 180°.

В сферической тригонометрии рассмотрение сферического треугольника сводится к его решению. Решение заключается в том, чтобы, используя три известных элемента, получить неизвестные элементы. Для решения пользуются основными формулами сферической тригонометрии, выведенными для решения сферических треугольников, углы и стороны которых менее 180°. К ним относятся: ***формула синусов, формула косинусов, формула для четырёх подряд лежащих элементов и формула пяти элементов***.

Формула синусов сторон:

Во всяком сферическом треугольнике синус сторон прямо пропорционален синусам противолежащих им углов.

$$\frac{\sin a}{\sin b} = \frac{\sin A}{\sin B}$$

Формула косинуса стороны:

Во всяком сферическом треугольнике косинус стороны равен произведению косинусов двух других сторон плюс произведение синусов этих же сторон на косинус угла между ними.

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

Формула ***для четырёх подряд лежащих элементов***:

Во всяком сферическом треугольнике произведение котангенса крайнего угла на синус среднего угла равно произведению котангенса крайней стороны на синус средней стороны минус произведение косинусов средних элементов.

$$\mathbf{ctg}\ B\ \mathbf{sin}\ A = \mathbf{ctg}\ c\ \mathbf{sin}\ b - \mathbf{cos}\ c\ \mathbf{cos}\ A$$

Формула пяти элементов:

Во всяком сферическом треугольнике произведение синуса стороны на косинус прилежащего угла равно произведению косинуса стороны противолежащего угла на синус третьей стороны, минус произведение сторон на оборот и на косинус угла между ними.

$$\mathbf{sin}\ a\ \mathbf{cos}\ B = \mathbf{cos}\ b\ \mathbf{sin}\ c - \mathbf{sin}\ b\ \mathbf{cos}\ c\ \mathbf{cos}\ A$$

Для нужд мореходной астрономии и удобства вычислений, основные формулы преобразовываются, например,

Формула косинуса стороны (зенитного расстояния светила):

$$\cos \mathrm{z} = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos \mathrm{t}$$

и формула четырёх рядом лежащих элементов (Азимута светила):

$$ctg\ \mathrm{A} = \sin\varphi\ ctg\ \mathrm{t} - tg\ \delta \cos \varphi\ cosec\ \mathrm{t}$$

Являются уравнениями связи в зенитных и азимутальных способах астрономических определений.

Кратко упомянув о свойствах сферических углов и основных формулах, прейдем к рассмотрению полярного (параллактического) треугольника.

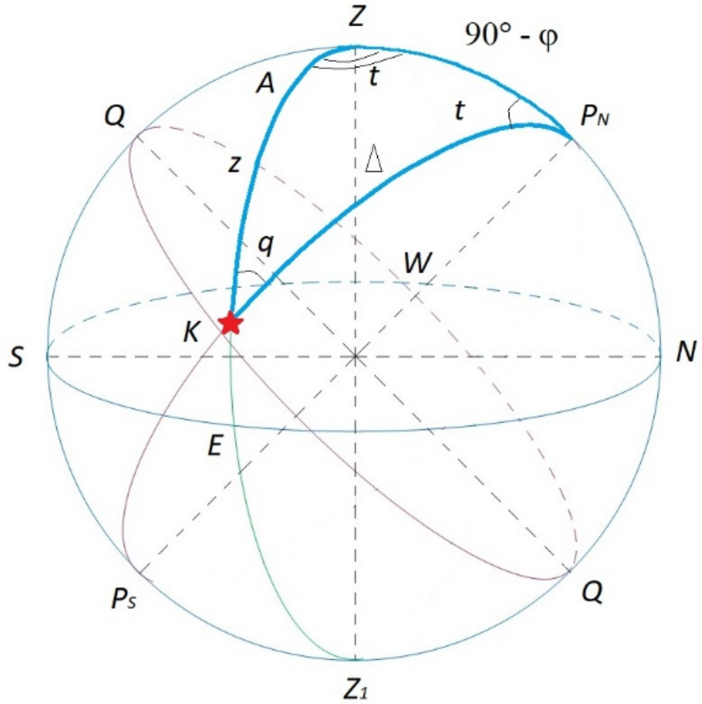

Рис. 2. Полярный (параллактический) треугольник

*Полярным треугольником называется сферический треугольник вершинами которого являются **зенит**, **повышенный полюс мира** и **место светила**.*

Он образуется от пересечения трёх больших кругов: *меридиана наблюдателя, вертикала светила и меридиана светила*.

В зависимости от широты места наблюдателя за постоянную вершину треугольника принимается *повышенный Северный полюс мира* или *Южный полюс мира.*

Сторонами полярного треугольника являются:

1. Дуга ZP_N = 90° - φ - дополнение широты наблюдателя до 90°.
2. Дуга P_NK = 90° - δ = Δ - *полярное расстояние* – дополнение склонения светила до 90°.
3. Дуга *ZK* = 90° - *h* = *Z* – *зенитное расстояние* – дополнение истинной высоты светила до 90°.

Полярный треугольник имеет три сферических угла:

1. При зените (*Z*) – *Азимут* (А) светила в полукруговом счёте.
2. При повышенном полюсе мира (P_N) – *практический часовой угол* (*t*).
3. При светиле (*K*) – *параллактический угол* (*q*).

Полярный треугольник обладает великолепным свойством, позволяющим связать вместе:
Географические координаты места наблюдателя на земле - широту $\boldsymbol{\varphi}$ и долготу $\boldsymbol{\lambda} = t_M - t_{\text{гр}}$;
Экваториальные координаты светила – склонение светила $\boldsymbol{\delta}$ и местный часовой угол светила ***t****;*
Горизонтальные координаты светила – высоту светила ***h*** и азимут светила ***A***.

Данное свойство полярного треугольника играет важнейшую роль в разных вопросах и задачах мореходной астрономии и в частности используется для определения места наблюдателя по небесным светилам.

Необходимо особо отметить, что в виду непрерывного суточного движения светил, элементы их полярного треугольника ***непрерывно меняются*** и в каждый последующий момент времени ***форма полярного треугольника будет иная***. Неизменными элементами будут только величины: *дополнение широты до 90°*, $Z\boldsymbol{P_N}$ = 90° - φ и *полярное расстояние* ***Δ***.

В мореходной астрономии для решения задач полярного (параллактического) треугольника применяются следующие формулы:

1. Для вычисления счислимой высоты в способе высотных линий:

$$\sin h = \sin \varphi \ \sin \delta + \cos \varphi \ \cos \delta \ \cos t$$

2. Для вычисления счислимой высоты через зенитное расстояние:

$$\sin^2 \frac{z_c}{2} = \sin^2 \frac{\varphi_c \sim \delta}{2} + \cos \varphi_c \cos \delta \ \sin^2 \frac{t}{2}$$

3. Для вычисления склонения светила:

$$\sin \delta = \sin \varphi \ \sin h + \cos \varphi \ \cos h \cos A$$

4. Для вычисления счислимой широты места судна:

$$\sin \varphi = \sin h \sin \delta + \cos h \cos \delta \cos q$$

5. Для вычисления местного часового угла:

$$\cos t = \sec \varphi \ \sec \delta \ \sin h - \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \delta$$

6. Для вычисления часового угла светила, находящегося на первом вертикале, при A = 90°:

$$\cos t = \text{ctg}\,\varphi + \text{tg}\,\delta$$

7. Для вычисления времени истинного восхода и захода светила, при h = 0:

$$\cos t = \text{tg}\,\varphi + \text{tg}\,\delta$$

8. Для вычисления азимута восхода или захода светила, при h = 0:

$$\cos A = \sin\delta\,\sec\varphi$$

9. Для вычисления высоты светила на первом вертикале, при A = 90°:

$$\sin h = \sin\delta\,\text{cosec}\,\varphi$$

10. Для вычисления азимута (истинного пеленга) светила при определении поправки компаса:

$$\text{ctg}\,A = \cos\varphi\,\text{tg}\,\delta\,\text{cosec}\,t - \sin\varphi + \text{ctg}\,t$$

11. Для вычисления азимута в способе высотных линий и при определении поправки компаса по Полярной звезде:

$$\sin A = \cos\delta\,\sin t\,\sec h$$

В заключении необходимо отметить, что по точности и по времени вычислений счислимой высоты и азимута светила все формулы примерно одинаковые и выбор определяется личными предпочтениями штурмана и наличием вспомогательных таблиц.